

به نام خداوند جان و خرد

نام و نام خانوادگی: آزمون میان ترم: بهینه سازی خطی آذر ماه ۹۲ زمان: ۹۰ دقیقه

سوال ۱. یک مدیر تولید، زمان بندی سه محصول روی چهار ماشین را برنامه ریزی می کند. هر محصول می تواند با هر ماشین تولید شود. هزینه تولید هر واحد محصول بر حسب دلار به صورت زیر است:

Machine				
Product	1	2	3	4
1	6	7	5	6
2	6	7	5	6
3	12	10	8	11

فرض کنید که ۳۰۰۰، ۶۰۰۰ و ۴۰۰۰ واحد از محصولات مورد نیاز است و نیز ماشین-ساعت موجود به ترتیب ۱۵۰۰، ۱۲۰۰ و ۲۰۰۰ باشد. مسئله زمان بندی را به صورت یک مسئله برنامه خطی مدل کنید. زمان لازم برای تولید هر محصول در هر ماشین در جدول زیر آورده شده است.

Machine				
Product	1	2	3	4
1	3	2.5	2	2
2	2	3	2	2.5
3	8	6	6	5

سوال ۲. الف. مجموعه چندوجهی غیرتهی $\{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b, x \geq 0\}$ را در نظر بگیرید. شرط لازم و کافی برای اینکه بردار ناصفر d یک جهت دور شونده مجموعه فوق باشد را بیابید.

ب. کلیه نقاط راسی و جهت های راسی چندوجهی X که با مجموعه نامعادلات زیر داده شده است را بیابید:

$$-3x_1 + x_2 \leq -2,$$

$$-x_1 + x_2 \leq 2,$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$$-x_2 \leq -2,$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

سوال ۳. مسئله برنامه ریزی خطی $\min cx$ به طوریکه $\{Ax \leq b, x \geq 0\}$ را در نظر بگیرید. فرض کنید x بگونه ای باشد که $Ax < b$ و $x > 0$. نشان دهید x نمی تواند بهینه باشد.

ب. نشان دهید که اگر پس از تبدیل محدودیت های نامساوی به تساوی، B ماتریس پایه بهینه باشد، آنگاه $w = c_B B^{-1} \leq 0$.

سوال ۴. مسئله زیر را به کمک روش دوفازی حل کنید.

$$\min -2x_1 - 3x_2,$$

$$s.t. \quad x_1 + x_2 \geq 1,$$

$$x_1 - x_2 \geq 1,$$

$$x_1 \geq 1,$$

$$x_1, x_2 \geq 0,$$

سوال ۵. وقتی یک مسئله را به روش M -بزرگ حل می کنیم درباره تمام حالتی که ممکن است پیش بیاید به تفصیل بحث کنید.

موفق باشید